

PHƯƠNG PHÁP LIÊN HỢP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – P1

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

DẠNG 1. LIÊN HỢP 1 NGHIỆM

Câu 1: Giải phương trình $x^3 + \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2(x^2 + x + 1)\sqrt{x - 1} + 6$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{4x-7} = x^3 - 6x^2 + \frac{21}{2}x - 4$

Câu 3: Giải phương trình $3(x-2) + \sqrt{3x+4} = 3\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3}$

Câu 4: Giải phương trình $\frac{1}{\sqrt{2x+3}} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} = \frac{x^3-1}{\sqrt{x^2-2x+5}-1}$.

Câu 5: Giải phương trình $2x+14 + \sqrt{3x+1} = (x+8)\sqrt{x+3}$

Câu 6: Giải phương trình $x^3 + 5x + (x-2)\sqrt{x+1} = 4x^2 + 4 - \sqrt{x+2}$

Câu 7: Giải phương trình $x^3 + 4x + (x-1)\sqrt{2x+1} = 3x^2 + \sqrt{x+3}$

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} + \sqrt{x^3+x^2-2} = 2x$

LỜI GIẢI BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $x^3 + \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2(x^2 + x + 1)\sqrt{x - 1} + 6$

Lời giải:

ĐK: $x \geq 1$. Khi đó: $PT \Leftrightarrow (x^3 - 1) - 2(x^2 + x + 1)\sqrt{x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 10} - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x + 1)\sqrt{x - 1}(\sqrt{x - 1} - 2) + \frac{x^2 - 2x - 15}{\sqrt{x^2 - 2x + 10} + 5} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x + 1)\sqrt{x - 1} \cdot \frac{x - 5}{\sqrt{x - 1} + 2} + \frac{(x - 5)(x + 3)}{\sqrt{x^2 - 2x + 10} + 5} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5) \left[(x^2 + x + 1) \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1} + 2} + \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 10} + 5} \right] = 0 \quad (1)$$

Với ĐK: $x \geq 1$ ta có: $(x^2 + x + 1) \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1} + 2} + \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 10} + 5} > 0$

Do vậy $PT(1) \Leftrightarrow x = 5$ (tm).

Vậy PT đã cho có nghiệm duy nhất là: $x = 1$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{4x-7} = x^3 - 6x^2 + \frac{21}{2}x - 4$

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{7}{4}$. Khi đó ta có: $PT \Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - 3) + (\sqrt{4x-7} - 3) = x^3 - 6x^2 + \frac{21}{2}x - 10$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-4)}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{4(x-4)}{\sqrt{4x-7}+3} = (x-4) \left(x^2 - 2x + \frac{5}{2} \right)$$

PHƯƠNG PHÁP LIÊN HỢP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – P2

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

DẠNG 2. LIÊN HỢP 2 NGHIỆM ĐẸP

Câu 1: Giải phương trình $x^2 + \sqrt{5x^2 + 4} + 2 = 5x + \sqrt{4x - 3}$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - x + 8} + x^2 - 5x + 2 = \sqrt{5x - 4}$

Câu 3: Giải phương trình $x^2 + 3 = \sqrt{16x - 23} + \sqrt{(x^2 - 2x + 4)(3x - 2)}$

Câu 4: Giải phương trình $x\sqrt{3x - 2} + (x + 1)\sqrt{5x - 1} = 8x - 3$.

Câu 5: Giải phương trình $x^3 + 3x^2 - 19x + 12 + \sqrt{5x - 1} + \sqrt{8x - 7} = 0$.

Câu 6: Giải phương trình $2x + 1 - \sqrt{3x - 2} - \sqrt{5x - 1} = (x^2 - 3x + 2)\sqrt{x^2 - 2x + 5}$.

Câu 7: Giải phương trình $x\sqrt{3x - 2} + 3\sqrt{5x - 1} + (x^2 - 3x + 2)\sqrt{3x + 2} = x^2 + 3x + 3$.

LỜI GIẢI BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $x^2 + \sqrt{5x^2 + 4} + 2 = 5x + \sqrt{4x - 3}$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{3}{4}$. Khi đó ta có: $PT \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4} - (2x + 1) + (x - \sqrt{4x - 3}) + x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{5x^2 + 4} + 2x + 1} + \frac{x^2 - 4x + 3}{x + \sqrt{4x - 3}} + x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 3) \left(\frac{1}{\sqrt{5x^2 + 4} + 2x + 1} + \frac{1}{x + \sqrt{4x - 3}} + 1 \right) = 0 \quad (1)$$

Với $x \geq \frac{3}{4}$ ta có: $(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} (tm).$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = 1; x = 3$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - x + 8} + x^2 - 5x + 2 = \sqrt{5x - 4}$

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{4}{5}$. Khi đó: $PT \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - x + 8} - (x + 2) + x - \sqrt{5x - 4} + x^2 - 5x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{2x^2 - x + 8} + x + 2} + \frac{x^2 - 5x + 4}{x + \sqrt{5x - 4}} + (x^2 - 5x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 4) \left(\frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 8} + x + 2} + \frac{1}{x + \sqrt{5x - 4}} + 1 \right) = 0 \quad (1).$$

Với $x \geq \frac{4}{5}$ ta có: $\frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 8} + x + 2} + \frac{1}{x + \sqrt{5x - 4}} + 1 > 0$.

Do vậy $(1) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} (tm).$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $x = 1; x = 4$.

Câu 3: Giải phương trình $x^2 + 3 = \sqrt{16x - 23} + \sqrt{(x^2 - 2x + 4)(3x - 2)}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{ĐK: } x &\geq \frac{23}{16}. \text{ Khi đó: } PT \Leftrightarrow (2x-1) - \sqrt{16x-23} + x^2 - 2x + 4 - \sqrt{(x^2-2x+4)(3x-2)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4x^2-20x+24}{2x-1+\sqrt{16x-23}} + \sqrt{x^2-2x+4}(\sqrt{x^2-2x+4} - \sqrt{3x-2}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2-5x+6)\left(\frac{4}{2x-1+\sqrt{16x-23}}\right) + \sqrt{x^2-2x+4} \cdot \frac{x^2-5x+6}{\sqrt{x^2-2x+4} + \sqrt{3x-2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2-5x+6) \cdot M(x) = 0 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases} \text{ (do } M(x) > 0) \end{aligned}$$

Vậy PT đã cho có 2 nghiệm $x=2; x=3$.

Câu 4: Giải phương trình $x\sqrt{3x-2} + (x+1)\sqrt{5x-1} = 8x-3$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{ĐK: } x &\geq \frac{2}{3} \text{ (*). Khi đó (1) } \Leftrightarrow x(x-\sqrt{3x-2}) + (x+1)(x+1-\sqrt{5x-1}) - 2(x^2-3x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x^2-3x+2)}{x+\sqrt{3x-2}} + (x+1) \cdot \frac{(x+1)^2-(5x-1)}{x+1+\sqrt{5x-1}} - 2(x^2-3x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x(x^2-3x+2)}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{(x+1)(x^2-3x+2)}{x+1+\sqrt{5x-1}} - 2(x^2-3x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x^2-3x+2)\left(\frac{x}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{x+1}{x+1+\sqrt{5x-1}} - 2\right) = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Với } x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{x+1}{x+1+\sqrt{5x-1}} - 2 < \frac{x}{x} + \frac{x+1}{x+1} - 2 = 0.$$

$$\text{Do đó (2) } \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \text{ đã thỏa mãn (*).}$$

Đ/s: $x=1; x=2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 5: Giải phương trình $x^3 + 3x^2 - 19x + 12 + \sqrt{5x-1} + \sqrt{8x-7} = 0$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{ĐK: } x &\geq \frac{7}{8} \text{ (*). Khi đó (1) } \Leftrightarrow (x+1-\sqrt{5x-1}) + (2x-1-\sqrt{8x-7}) = x^3 + 3x^2 - 16x + 12 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x+1)^2-(5x-1)}{x+1+\sqrt{5x-1}} + \frac{(2x-1)^2-(8x-7)}{2x-1+\sqrt{8x-7}} = (x^2-3x+2)(x+6) \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2-3x+2}{x+1+\sqrt{5x-1}} + \frac{4(x^2-3x+2)}{2x-1+\sqrt{8x-7}} = (x^2-3x+2)(x+6) \\ &\Leftrightarrow (x^2-3x+2)\left(\frac{1}{x+1+\sqrt{5x-1}} + \frac{4}{2x-1+\sqrt{8x-7}} - x-6\right) = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Với } x \geq \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{1}{x+1+\sqrt{5x-1}} + \frac{4}{2x-1+\sqrt{8x-7}} - x-6 < \frac{1}{\frac{7}{8}+1} + \frac{4}{2 \cdot \frac{7}{8}-1} - 6 = \frac{8}{15} + \frac{16}{3} - 6 = -\frac{2}{15} < 0.$$

Do đó $(2) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$ đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x=1; x=2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 6: Giải phương trình $2x+1-\sqrt{3x-2}-\sqrt{5x-1}=(x^2-3x+2)\sqrt{x^2-2x+5}$.

Lời giải

ĐK: $x \geq \frac{2}{3}$ (*). Khi đó $(1) \Leftrightarrow (x-\sqrt{3x-2})+(x+1-\sqrt{5x-1})=(x^2-3x+2)\sqrt{x^2-2x+5}$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-(3x-2)}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{(x+1)^2-(5x-1)}{x+1+\sqrt{5x-1}} = (x^2-3x+2)\sqrt{x^2-2x+5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-3x+2}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{x^2-3x+2}{x+1+\sqrt{5x-1}} = (x^2-3x+2)\sqrt{x^2-2x+5}$$

$$\Leftrightarrow (x^2-3x+2) \left(\frac{1}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{1}{x+1+\sqrt{5x-1}} - \sqrt{x^2-2x+5} \right) = 0 \quad (2)$$

Với $x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow x+1+\sqrt{5x-1} \geq \frac{2}{3}+1+\sqrt{\frac{10}{3}-1} > 2$ và $x+\sqrt{3x-2} \geq \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow \frac{1}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{1}{x+1+\sqrt{5x-1}} - \sqrt{x^2-2x+5} \leq \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} - \sqrt{(x-1)^2+4} \leq \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \sqrt{4} = 0.$$

Do đó $(2) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$ đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x=1; x=2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 7: Giải phương trình $x\sqrt{3x-2}+3\sqrt{5x-1}+(x^2-3x+2)\sqrt{3x+2}=x^2+3x+3$.

Lời giải

ĐK: $x \geq \frac{2}{3}$ (*). Khi đó $(1) \Leftrightarrow x(x-\sqrt{3x-2})+3(x+1-\sqrt{5x-1})=(x^2-3x+2)\sqrt{3x+2}$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x^2-3x+2)}{x+\sqrt{3x-2}} + 3 \cdot \frac{(x+1)^2-(5x-1)}{x+1+\sqrt{5x-1}} = (x^2-3x+2)\sqrt{3x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x^2-3x+2)}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{3(x^2-3x+2)}{x+1+\sqrt{5x-1}} = (x^2-3x+2)\sqrt{3x+2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2-3x+2) \left(\frac{x}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{3}{x+1+\sqrt{5x-1}} - \sqrt{3x+2} \right) = 0 \quad (2)$$

Với $x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow x+1+\sqrt{5x-1} \geq \frac{2}{3}+1+\sqrt{\frac{10}{3}-1} = \frac{5+\sqrt{21}}{3} > \frac{5+\sqrt{16}}{3} = 3$.

$$\frac{x}{x+\sqrt{3x-2}} \leq \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x}{x+\sqrt{3x-2}} + \frac{3}{x+1+\sqrt{5x-1}} - \sqrt{3x+2} < 1 + \frac{3}{3} - \sqrt{2+2} = 0.$$

Do đó $(2) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x = 1; x = 2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

GIẢI PHÁP CHO KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2016 TRÊN MOON.VN	
CHƯƠNG TRÌNH PRO – S (Dành cho h/s luyện thi từ 8 – 10 điểm)	CHƯƠNG TRÌNH PRO – E (Dành cho h/s luyện thi từ 6 – 8 điểm)
① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B1	① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B2
② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T1	② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T2
③ Khóa LUYỆN GIẢI BÀI TẬP TOÁN	
Học phí trọn gói: 900.000 VNĐ	Học phí trọn gói: 800.000 VNĐ

PHƯƠNG PHÁP LIÊN HỢP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – P3

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

DẠNG 3. LIÊN HỢP 2 NGHIỆM XẤU KINH

Câu 1: Giải phương trình $x^2 - 4x + 6 = \frac{\sqrt{5x-2}}{x} + \sqrt{11x+7}$.

Câu 2: Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 4x + 1 = \sqrt{3x-1} + \sqrt{x(3x+7)}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 3: Giải phương trình $x^2 - 5x - 15 = 6\sqrt{x+2}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 10x + 5} = \sqrt{5x-2} + x^3 - 24x + 11$

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 1}{3-x}$

Câu 6: Giải phương trình $(x^2 + 1)\sqrt{5x-2} + 5x^2 = 2x^3 + 3x$

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x+4}} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2 = 0$

Câu 8: Giải phương trình $x^2 + \sqrt{5x^2 + 2x} = \sqrt{4x+2} + 3x + 1$

LỜI GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $x^2 - 4x + 6 = \frac{\sqrt{5x-2}}{x} + \sqrt{11x+7}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq \frac{2}{5}$. Phương trình tương đương

$$x^3 - 4x^2 + 6x = \sqrt{5x-2} + x\sqrt{11x+7}$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{5x-2} + x^2 + 3x - x\sqrt{11x+7} + x^3 - 5x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{5x-2} + x(x+3-\sqrt{11x+7}) + x^3 - 5x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 2}{x + \sqrt{5x-2}} + x \cdot \frac{x^2 - 5x + 2}{x+3+\sqrt{11x+7}} + x(x^2 - 5x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 2) \left(\frac{1}{x + \sqrt{5x-2}} + \frac{x}{x+3+\sqrt{11x+7}} + x \right) = 0$$

Ta thấy $\frac{1}{x + \sqrt{5x-2}} + \frac{x}{x+3+\sqrt{11x+7}} + x > 0, \forall x \geq \frac{2}{5}$ nên $x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}; x = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$.

Đối chiếu điều kiện ta có hai nghiệm, $S = \left\{ \frac{5+\sqrt{17}}{2}; \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right\}$

Câu 2: Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 4x + 1 = \sqrt{3x-1} + \sqrt{x(3x+7)}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Lời giải.

Điều kiện $x \geq \frac{1}{3}$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
 & x - \sqrt{3x-1} + 2x + 1 - \sqrt{3x^2+7x} + x(x^2-3x+1) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \frac{x^2-3x+1}{x+\sqrt{3x-1}} + \frac{x^2-3x+1}{2x+1+\sqrt{3x^2+7x}} + x(x^2-3x+1) = 0 \\
 & \Leftrightarrow (x^2-3x+1) \left(\frac{1}{x+\sqrt{3x-1}} + \frac{1}{2x+1+\sqrt{3x^2+7x}} + x \right) = 0 \quad (1)
 \end{aligned}$$

Ta thấy $\frac{1}{x+\sqrt{3x-1}} + \frac{1}{2x+1+\sqrt{3x^2+7x}} + x > 0, \forall x \geq \frac{1}{3}$ nên $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+1=0 \\ x \geq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Kết luận bài toán có nghiệm duy nhất kể trên.

Câu 3: Giải phương trình $x^2 - 5x - 15 = 6\sqrt{x+2} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq -2$ (*). Khi đó $(1) \Leftrightarrow x^2 - 5x - 15 - 6\sqrt{x+2} = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 7x - 17) + 2(x+1-3\sqrt{x+2}) = 0 \Rightarrow (x^2 - 7x - 17) + 2 \cdot \frac{(x+1)^2 - 9(x+2)}{x+1+3\sqrt{x+2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 7x - 17) + \frac{2(x^2 - 7x - 17)}{x+1+3\sqrt{x+2}} = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 7x - 17) \left(1 + \frac{2}{x+1+3\sqrt{x+2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 7x - 17)(x+3+3\sqrt{x+2}) = 0 \quad (2)$$

Với $x \geq -2$ có $x+3+3\sqrt{x+2} \geq -2+3+0 > 0$ nên $(2) \Leftrightarrow x^2 - 7x - 17 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm 3\sqrt{13}}{2}$.

Thử lại $\frac{7 \pm 3\sqrt{13}}{2}$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Đ/s: $\frac{7 \pm 3\sqrt{13}}{2}$.

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 10x + 5} = \sqrt{5x - 2} + x^3 - 24x + 11$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2 - 10x + 5 \geq 0 \\ 5x - 2 \geq 0 \end{cases}$

Phương trình tương đương

$$\sqrt{2x^2 - 10x + 5} - 1 = \sqrt{5x - 2} - x + x^3 - 23x + 10 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 10x + 4}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} = \frac{5x - 2 - x^2}{\sqrt{5x - 2} + x} + (x+5)(x^2 - 5x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x^2 - 5x + 2)}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} + \frac{x^2 - 5x + 2}{\sqrt{5x - 2} + x} - (x+5)(x^2 - 5x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ \frac{2}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5x - 2} + x} - x - 5 = 0 (*) \end{cases}$$

Ta có: $\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1 > 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} < 1 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} < 2$

$\sqrt{5x - 2} + x > \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5x - 2} + x} < \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2x^2 - 10x + 5} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5x - 2} + x} < 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2} < x + 5 \left(x + 5 - \frac{9}{2} = x + \frac{1}{2} > 0 \right) \Rightarrow (*) \text{ vn}$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 1}{3 - x}$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ 3 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, x \leq 1 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$

Phương trình tương đương

$\sqrt{x^2 - 4x + 3} - 1 = \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 1}{3 - x} - 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3 - 1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1} = \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 1 - 3 + x}{3 - x}$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1} = \frac{(x - 1)(x^2 - 4x + 2)}{3 - x} \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 2) \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1} + \frac{x - 1}{x - 3} \right) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1} + \frac{x - 1}{x - 3} = 0 (*) \end{cases}$

Vì $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x - 1}{x - 3} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1} + \frac{x - 1}{x - 3} > 0 \Rightarrow (*) \text{ vn}$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 2 + \sqrt{2}, x = 2 - \sqrt{2}$

Câu 6: Giải phương trình $(x^2 + 1)\sqrt{5x - 2} + 5x^2 = 2x^3 + 3x$

Lời giải

Điều kiện: $5x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

Phương trình tương đương

$(x^2 + 1)(\sqrt{5x - 2} - x) + x^3 + x + 5x^2 = 2x^3 + 3x \Leftrightarrow (x^2 + 1) \frac{5x - 2 - x^2}{\sqrt{5x - 2} + x} = x^3 - 5x^2 + 2x$

$\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 2) \left(x + \frac{x^2 + 1}{\sqrt{5x - 2} + x} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x + \frac{x^2 + 1}{\sqrt{5x - 2} + x} = 0 (*) \end{cases}$

Vì $x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow x + \frac{x^2 + 1}{\sqrt{5x - 2} + x} > 0 \Rightarrow (*) \text{ vn}$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x + 4}} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2 = 0$

Lời giải

Điều kiện: $x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$

Phương trình tương đương

$$\left(\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} - 1 \right) + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{x^2+x+1}{x+4} - 1}{\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + 1} + \frac{x^2-3}{2} + \frac{\sqrt{x^2+1}-2}{2\sqrt{x^2+1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-3}{(x+4)\left(\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + 1\right)} + \frac{x^2-3}{2} + \frac{x^2-3}{2\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1}+2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ \frac{1}{(x+4)\left(\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x+4}} + 1\right)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1}+2)} = 0 \text{ (vn)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

Câu 8: Giải phương trình $x^2 + \sqrt{5x^2 + 2x} = \sqrt{4x+2} + 3x+1$

Lời giải:

ĐK: $\begin{cases} x \geq 0 \\ -\frac{1}{2} \leq x \leq -\frac{2}{5} \end{cases}$ (*). Khi đó: $PT \Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 2x} - (2x+1) + x+1 - \sqrt{4x+2} + x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 1}{\sqrt{5x^2 + 2x} + 2x + 1} + \frac{x^2 - 2x - 1}{x+1 + \sqrt{4x+2}} + x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x - 1) \left(\frac{1}{\sqrt{5x^2 + 2x} + 2x + 1} + \frac{1}{x+1 + \sqrt{4x+2}} + 1 \right) = 0 \quad (1)$$

Với $x \geq -\frac{1}{2}$ ta có: $\frac{1}{\sqrt{5x^2 + 2x} + 2x + 1} + \frac{1}{x+1 + \sqrt{4x+2}} + 1 > 0$

Do vậy $PT(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \quad (tm)$

Vậy PT đã cho có nghiệm là: $x = 1 \pm \sqrt{2}$.

GIẢI PHÁP CHO KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2016 TRÊN MOON.VN

CHƯƠNG TRÌNH PRO – S (Dành cho h/s luyện thi từ 8 – 10 điểm)	CHƯƠNG TRÌNH PRO – E (Dành cho h/s luyện thi từ 6 – 8 điểm)
① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B1	① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B2
② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T1	② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T2
③ Khóa LUYỆN GIẢI BÀI TẬP TOÁN	
Học phí trọn gói: 900.000 VNĐ	Học phí trọn gói: 800.000 VNĐ

ĐẶT MỘT ẨN PHỤ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH
Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 2: Giải phương trình $x(x+5) + 1 + 4(x+2)\sqrt{\frac{x+3}{x+2}} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 3: Giải phương trình $(x-2)^2 + 3\sqrt{(x-2)(x^3+2x^2)} = 8$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{2x^2+5x+2} + \sqrt{x^2-x+1} = 4\sqrt{x}$

Câu 5: Giải phương trình sau: $x^2 + \sqrt{x} + 2x\sqrt{x-3} + \sqrt{x^2-3x} = 2(x+10)$

Câu 6: Giải phương trình $x + \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = \frac{15}{2}$.

Câu 7: Giải phương trình $3x^2 + 2x - 20 + 2(x+2)\sqrt{3x-5} = (\sqrt{3x-5}+1)\sqrt{x+2}$

Câu 8: Giải phương trình $5x^2 + 1 = 2(2x+1)\sqrt{2x-1}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq -1$.

Đặt $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = t, t \geq 1$ suy ra $t^2 = 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2+5x+3} \Rightarrow 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} = t^2 - 4$.

Phương trình ban đầu trở thành

$$\begin{aligned} & \begin{cases} t \geq 1 \\ t = t^2 - 4 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t^2 - t - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t \in \{-4; 5\} \end{cases} \Leftrightarrow t = 5 \\ & \Rightarrow 3x + 4 + 2\sqrt{2x^2+5x+3} = 25 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2+5x+3} = 21 - 3x \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 21 - 3x \geq 0 \\ 4(2x^2+5x+3) = 9x^2 - 126x + 441 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x^2 - 146x + 429 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Đổi chiều điều kiện ta thu được nghiệm duy nhất $x = 3$.

Câu 2: Giải phương trình $x(x+5) + 1 + 4(x+2)\sqrt{\frac{x+3}{x+2}} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện $x \leq -3 \vee x > -2$. Phương trình tương đương $x^2 + 5x + 6 + 4(x+2)\sqrt{\frac{x+3}{x+2}} = 5$.

Đặt $(x+2)\sqrt{\frac{x+3}{x+2}} = t \Rightarrow t^2 = (x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$.

Ta thu được $t^2 + 4t = 5 \Leftrightarrow (t-1)(t+5) = 0 \Leftrightarrow t \in \{-5; 1\}$.

$$\checkmark \quad t = -5 \Rightarrow t^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 < 0 \\ x^2+5x+5 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x^2+5x-20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{5+\sqrt{105}}{2}.$$

$$\checkmark \quad t = 1 \Rightarrow t^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > 0 \\ x^2+5x+6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2+5x+5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-5+\sqrt{5}}{2}.$$

Kết luận bài toán đã cho có hai nghiệm kể trên.

Câu 3: Giải phương trình $(x-2)^2 + 3\sqrt{(x-2)(x^3+2x^2)} = 8$

Lời giải:

Do $x=0$ không phải nghiệm của PT đã cho.

$$\text{Ta có: } PT \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4 + 3\sqrt{x^2(x^2-4)} = 0 \Leftrightarrow x - 4 - \frac{4}{x} + 3\sqrt{x - \frac{4}{x}} = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{x - \frac{4}{x}} \text{ ta có: } t^3 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2+t+4) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Với } t = 1 \text{ ta có: } x - \frac{4}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

$$\text{Vậy nghiệm của PT đã cho là: } x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{2x^2+5x+2} + \sqrt{x^2-x+1} = 4\sqrt{x}$

Lời giải:

ĐK: $x \geq 0$. Do $x=0$ không phải nghiệm của PT đã cho.

$$\text{Ta có: } PT \Leftrightarrow \sqrt{2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1} = 4$$

$$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{x} \text{ (} t \geq 0 \text{)} \text{ ta có: } \sqrt{2t+5} + \sqrt{t-1} = 4 \Leftrightarrow 3t+4+2\sqrt{(2t+5)(t-1)} = 16$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(2t^2+3t-5)} = 12-3t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 4 \\ 4(2t^2+3t-5) = (12-3t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ ta có: } x + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $x=1$ là nghiệm duy nhất của PT đã cho.

Câu 5: Giải phương trình sau: $x^2 + \sqrt{x} + 2x\sqrt{x-3} + \sqrt{x^2-3x} = 2(x+10)$

Lời giải:

ĐK: $x \geq 3$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} + \sqrt{x^2-3x} \text{ (} t \geq \sqrt{3} \text{)} \text{ ta có: } t^2 = x^2 - 2x + 2\sqrt{x}\sqrt{x^2-3x} = x^2 - 2x + 2x\sqrt{x-3}$$

$$\text{Khi đó: } PT \Rightarrow t^2 + t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 4 \text{ ta có: } \sqrt{x} + \sqrt{x^2-3x} = 4 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-2) + (\sqrt{x^2-3x}-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x^2-3x-4}{\sqrt{x^2-3x}+2} = 0 \Leftrightarrow (x-4) \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+1}{\sqrt{x^2-3x}+2} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Với } x \geq 3 \text{ ta có: } (1) \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

Vậy PT đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 4$.

Câu 6: Giải phương trình $x + \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = \frac{15}{2}$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq 1$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} \text{ (} t \geq \sqrt{2} \text{)} \text{ ta có: } t^2 = 2x + 2\sqrt{x^2-1} \Rightarrow x + \sqrt{x^2-1} = \frac{t^2}{2}$$

Khi đó: $PT \Leftrightarrow \frac{t^2}{2} + t = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -5 \text{ (loại)} \end{cases}$

Với $t = 3$ ta có: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2-1} = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ \sqrt{x^2-1} = \left(\frac{9}{2} - x\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ x^2 - 1 = x^2 - 9x + \frac{81}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{85}{36} \text{ (tm)}$

Vậy PT đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{85}{36}$.

Câu 7: Giải phương trình $3x^2 + 2x - 20 + 2(x+2)\sqrt{3x-5} = (\sqrt{3x-5} + 1)\sqrt{x+2}$

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{5}{3}$. Khi đó ta có: $PT \Leftrightarrow 3x^2 + x - 10 + 2(x+2)\sqrt{3x-5} + x + 2 - 12 = (\sqrt{3x-5} + 1)\sqrt{x+2} + \sqrt{3x^2 + x - 10}$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3x^2 + x - 10} + \sqrt{x+2})^2 - 12 = \sqrt{x+2} + \sqrt{3x^2 + x - 10}$

$t = \sqrt{x+2} + \sqrt{3x^2 + x - 10} \text{ (} t \geq 0 \text{)}. \text{ Ta có } t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$

Với $t = 4$ ta có: $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x^2 + x - 10} = 4 \Leftrightarrow (\sqrt{x+2} - 2) + (\sqrt{3x^2 + x - 10} - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{3x^2+x-14}{\sqrt{3x^2+x-10}+2} = 0 \Leftrightarrow (x-2) \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{3x+7}{\sqrt{3x^2+x-10}+2} \right) = 0 \text{ (1)}$

Với $x \geq \frac{5}{3}$ ta có: (1) $\Leftrightarrow x = 2$.

Vậy PT đã cho có nghiệm duy nhất: $x = 2$.

Câu 8: Giải phương trình $5x^2 + 1 = 2(2x+1)\sqrt{2x-1}$

Lời giải:

Điều kiện: $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$

Phương trình tương đương $(2x-1) + 2(2x+1)\sqrt{2x-1} - 5x^2 - 2x = 0$

Đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 + 2(2x+1)t - 5x^2 - 2x = 0$

Ta có $\Delta' = (2x+1)^2 + 5x^2 + 2x = 9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2 \Rightarrow \begin{cases} t = -2x-1+3x+1 = x \\ t = -2x-1-3x-1 = -5x-2 \end{cases}$

• TH1: $t = x \Rightarrow \sqrt{2x-1} = x \Leftrightarrow 2x-1 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

• TH2: $t = -5x-2 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} + 5x + 2 = 0 \text{ (vn)}$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$

ĐẶT ẨN PHỤ KHÔNG HOÀN TOÀN GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website **MOON.VN**

Câu 1: Giải phương trình $2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = x(2x + 3)\sqrt{x^2 + \frac{1}{x}}$

Câu 2: Giải phương trình $(x + 3)\sqrt{3x + 2} = x^2 - 3x - 2$.

Câu 3: Giải phương trình $2(2x^2 + 3x + 3) = (x^2 + 7x)\sqrt{x + \frac{3}{x}}$

Câu 4: Giải phương trình $2(x^3 - 4x) - 3(x - 1)\sqrt{x^3 - x + 1} = 0$

Câu 5: Giải phương trình $x^2 - 3x - 4 = (x^2 - 4x - 2)\sqrt{x - 1} \quad (x \in \mathbb{R})$

Câu 6: Giải phương trình $2x^2(x - 1) + x = (x - 1)\sqrt{2x(x^2 - x + 2)} + 6$ trên tập số thực.

Câu 7: Giải phương trình $\frac{x^3 + 6x^2 - 7x + 4}{x^3 - 2} = \frac{5x - 1}{\sqrt{x^3 + 3 + 1}}$ trên tập số thực.

Câu 8: Giải phương trình $2\sqrt{2 - x} - \sqrt{x} + 3\sqrt{1 - (x - 1)^2} = 4 - x \quad (x \in \mathbb{R})$

Câu 9: Giải phương trình $(4x - 5)\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 2x^2 - 2x + 1$

Câu 10: Giải phương trình $2x^2 + 2x - 6 = (3x - 1)\sqrt{5x - 4}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = x(2x + 3)\sqrt{x^2 + \frac{1}{x}}$

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + \frac{1}{x} \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Phương trình tương đương

$$2x^2 + 3x + 2 + \frac{1}{x} = (2x + 3)\sqrt{x^2 + \frac{1}{x}} \Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) - (2x + 3)\sqrt{x^2 + \frac{1}{x}} + x^2 + 3x + 2 = 0$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x}} \Rightarrow t^2 - (2x + 3)t + x^2 + 3x + 2 = 0$

Ta có $\Delta = (2x + 3)^2 - 4(x^2 + 3x + 2) = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2x + 3 + 1}{2} = x + 2 \\ t = \frac{2x + 3 - 1}{2} = x + 1 \end{cases}$

• TH1: $t = x + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{x}} = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + \frac{1}{x} = x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 4x^2 + 4x - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$

• TH2: $t = x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{x}} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + \frac{1}{x} = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x^2 + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2}, x = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}, x = -1, x = \frac{1}{2}$

Câu 2: Giải phương trình $(x+3)\sqrt{3x+2} = x^2 - 3x - 2$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq -\frac{2}{3}$. Khi đó ta có: $PT \Leftrightarrow 2(3x+2) + (x+3)\sqrt{3x+2} - x^2 - 3x - 2 = 0$

Đặt $t = \sqrt{3x+2}$ ($t \geq 0$) ta có: $2t^2 + (x+3)t - x^2 - 3x - 2 = 0$

Khi đó ta có: $\Delta = (x+3)^2 + 8(x^2 + 3x + 2) = 9x^2 + 30x + 25 = (3x+5)^2$

Do vậy $\begin{cases} \sqrt{3x+2} = t = \frac{-x-3+3x+5}{4} = \frac{x+1}{2} \quad (1) \\ \sqrt{3x+2} = t = \frac{-x-3-3x-5}{4} = -x-2 \quad (2) \end{cases}$

+) Với $x \geq -\frac{2}{3} \Rightarrow (2)$ vô nghiệm

+) Với $\sqrt{3x+2} = \frac{x+1}{2} \Leftrightarrow 4(3x+2) = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \pm 4\sqrt{2}$.

Kết hợp ĐK: Vậy $x = 5 \pm 4\sqrt{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 3: Giải phương trình $2(2x^2 + 3x + 3) = (x^2 + 7x)\sqrt{x + \frac{3}{x}}$

Lời giải:

ĐK: $x > 0$. Khi đó $PT \Leftrightarrow 2\left(2x + 3 + \frac{3}{x}\right) = (x+7)\sqrt{x + \frac{3}{x}} \Leftrightarrow 2\left(x + \frac{3}{x}\right) - (x+7)\sqrt{x + \frac{3}{x}} + 2x + 6 = 0$.

Đặt $t = \sqrt{x + \frac{3}{x}}$ ($t \geq 0$) ta có: $2t^2 - (x+7)t + 2x + 6 = 0$.

Khi đó: $\Delta = (x+7)^2 - 16(x+3) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$. Do đó: $\begin{cases} t = \frac{x+7+x-1}{4} = \frac{x+3}{2} \\ t = \frac{x+7-x+1}{4} = 2 \end{cases}$

+) Với $t = \frac{x+3}{2}$ ta có: $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = \frac{x+3}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3}{x} = \frac{x^2 + 6x + 9}{4} \Leftrightarrow x^3 + 2x^2 + 9x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

+) Với $t = 2$ ta có: $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} (tm)$

Kết hợp ĐK: Vậy nghiệm của PT là: $x = 1; x = 3$.

Câu 4: Giải phương trình $2(x^3 - 4x) - 3(x-1)\sqrt{x^3 - x + 1} = 0$

Lời giải:

ĐK: $x^3 - x + 1 \geq 0$ ta có: $PT \Leftrightarrow 2(x^3 - x + 1) - 3(x-1)\sqrt{x^3 - x + 1} - 6x - 2 = 0$

Đặt $t = \sqrt{x^3 - x + 1}$ ($t \geq 0$) ta có: $2t^2 - 3(x-1)t - 6x - 2 = 0$

Khi đó: $\Delta = 9(x-1)^2 + 16(3x+1) = 9x^2 + 30x + 25 = (3x+5)^2$.

Do vậy ta có:
$$\begin{cases} t = \frac{3x-3+3x+5}{4} = \frac{3x+1}{2} \\ t = \frac{3x-3-3x-5}{4} = -2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Với $t = \frac{3x+1}{2}$ ta có: $2\sqrt{x^3-x+1} = 3x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ 4x^3-9x^2-10x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{4} \end{cases}$

Vậy nghiệm của PT là: $x=3; x=\frac{1}{4}$.

Câu 5: Giải phương trình $x^2-3x-4=(x^2-4x-2)\sqrt{x-1}$ ($x \in \mathbb{R}$)

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 1$, phương trình đã cho tương đương

$$(x^2-4x-2)+(x-1)-1=(x^2-4x-2)\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1})^2 - (x^2-4x-2)\sqrt{x-1} + x^2-4x-3=0$$

Ta có: $\Delta_{\sqrt{x-1}} = (x^2-4x-2)^2 - 4(x^2-4x-3) = (x^2-4x-3)^2 - 2(x^2-4x-3) + 1 = (x^2-4x-4)^2 \geq 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm theo ẩn $\sqrt{x-1}$ là

$$\sqrt{x-1} = \frac{x^2-4x-2-x^2+4x+4}{2} = 1 \text{ hoặc } \sqrt{x-1} = \frac{x^2-4x-2+x^2-4x-4}{2} = x^2-4x-3, \text{ do đó}$$

• Với $\sqrt{x-1}=1$ suy ra $\sqrt{x-1}=1 \Leftrightarrow x-1=1 \Leftrightarrow x=2$

• Với $\sqrt{x-1}=x^2-4x-3$ suy ra $\sqrt{x-1}-2=x^2-4x-5 \Leftrightarrow (x-5)\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}+2}-x-1\right)=0 \Leftrightarrow x=5$

Vậy phương trình ban đầu có hai nghiệm: $x=2; x=5$.

Câu 6: Giải phương trình $2x^2(x-1)+x=(x-1)\sqrt{2x(x^2-x+2)}+6$ trên tập số thực.

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 0$, phương trình đã cho được viết lại thành:

$$2x^3-2x^2+x-6=(x-1)\sqrt{2x^3-2x^2+4x} \quad (*)$$

Đặt $t = \sqrt{2x^3-2x^2+4x} \geq 0 \Leftrightarrow 2x^3-2x^2+4x=t^2 \Leftrightarrow 2x^3-2x^2+x=t^2-3x$, khi đó phương trình (*) trở thành

$$t^2-3x-6=(x-1)t \Leftrightarrow t^2-(x-1)t-(3x+6)=0 \quad (**)$$

Ta có: $\Delta_{(**)} = (x-1)^2 + 4(3x+6) = x^2+10x+25 = (x+5)^2 \geq 0$ nên (**) có hai nghiệm theo ẩn t là

$$t = \frac{x-1+x+5}{2} = x+2 \text{ hoặc } t = \frac{x-1-x-5}{2} = -3 \text{ mà } t \geq 0 \text{ do đó suy ra}$$

$$t = x+2 \Leftrightarrow \sqrt{2x^3-2x^2+4x} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^3-3x^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

Vậy $x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Câu 7: Giải phương trình $\frac{x^3+6x^2-7x+4}{x^3-2} = \frac{5x-1}{\sqrt{x^3+3+1}}$ trên tập số thực.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq \sqrt[3]{2}$, nhận thấy $x = \frac{1}{5}$ không là nghiệm của phương trình nên phương trình ban đầu trở thành

$$\frac{x^3 + 6x^2 - 7x + 4}{5x - 1} = \frac{x^3 - 2}{\sqrt{x^3 + 3} + 1} = \frac{(x^3 + 3) - 1}{\sqrt{x^3 + 3} + 1} = \sqrt{x^3 + 3} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3 + 6x^2 - 7x + 4}{5x - 1} + 1 = \sqrt{x^3 + 3} \Leftrightarrow \frac{x^3 + 6x^2 - 2x + 3}{5x - 1} = \sqrt{x^3 + 3} \quad (*)$$

Đặt $t = \sqrt{x^3 + 3} \geq 0 \Leftrightarrow x^3 + 3 = t^2$, khi đó phương trình (*) tương đương

$$\frac{t^2 + 6x^2 - 2x}{5x - 1} = t \Leftrightarrow t^2 - (5x - 1)t + 6x^2 - 2x = 0 \quad (**)$$

Ta có: $\Delta_{(**)} = (5x - 1)^2 - 4(6x^2 - 2x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$, nên có hai nghiệm theo ẩn t là

$$t = \frac{5x - 1 + x - 1}{2} = 3x - 1 \text{ hoặc } t = \frac{5x - 1 - x + 1}{2} = 2x, \text{ do đó:}$$

Với $t = 3x - 1$ suy ra $3x - 1 = \sqrt{x^3 + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x^3 - 9x^2 + 6x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 + 3\sqrt{2} \end{cases}$

Với $t = 2x$ suy ra $2x = \sqrt{x^3 + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^3 - 4x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm: $x = 1$; $x = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$; $x = 4 + 3\sqrt{2}$

Câu 8: Giải phương trình $2\sqrt{2-x} - \sqrt{x} + 3\sqrt{1-(x-1)^2} = 4$ ($x \in \mathbb{R}$)

Lời giải

Điều kiện: $2 \geq x \geq 0$, phương trình đã cho tương đương $x - 4 + 2\sqrt{2-x} - \sqrt{x} + 3\sqrt{x(2-x)} = 0$

Ta thấy: $4 - x = \alpha(\sqrt{2-x})^2 + \beta(\sqrt{x})^2 = 2\alpha + (2-\alpha)x \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$ do đó phương trình trên được viết lại thành

$$x + 2(2-x) - 2\sqrt{2-x} + \sqrt{x} - 3\sqrt{x(2-x)} = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \sqrt{2-x} \geq 0$, khi đó (*) tương đương $2t^2 - (3\sqrt{x} + 2)t + \sqrt{x} + x = 0 \quad (**)$

Ta có: $\Delta_{(**)} = (3\sqrt{x} + 2)^2 - 4(x + \sqrt{x}) = x + 4\sqrt{x} + 4 = (\sqrt{x} + 2)^2 \geq 0$, nên có hai nghiệm theo ẩn t là

$$t = \frac{3\sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} + 2}{4} = \sqrt{x} + 1 \text{ hoặc } t = \frac{3\sqrt{x} + 2 - \sqrt{x} - 2}{4} = \frac{\sqrt{x}}{2}, \text{ do đó:}$$

Với $t = \sqrt{x} + 1$ suy ra

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow 2-x = x+1+2\sqrt{x} \Leftrightarrow 1-2x = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left[0; \frac{1}{2}\right] \\ 4x^2 - 8x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{4+3\sqrt{2}}{4}$$

Với $t = \frac{\sqrt{x}}{2}$ suy ra $2\sqrt{2-x} = \sqrt{x} \Leftrightarrow 4(2-x) = x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x = \frac{8}{5}$; $x = \frac{4+3\sqrt{2}}{4}$

Câu 9: Giải phương trình $(4x-5)\sqrt{x^2-2x+2} = 2x^2-2x+1$.

Lời giải

ĐK: $x^2 - 2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \quad (*)$.

Đặt $\sqrt{x^2 - 2x + 2} = t \quad (t \geq 0) \Rightarrow 2x^2 - 2x + 1 = 2(x^2 - 2x + 2) + 2x - 3 = 2t^2 + 2x - 3$.

Khi đó (1) trở thành $(4x-5)t = 2t^2 + 2x - 3 \Leftrightarrow 2t^2 - (4x-5)t + 2x-3 = 0 \quad (2)$

Coi (2) là PT bậc hai với t là ẩn số và x là tham số ta có

$$\Delta = (4x-5)^2 - 8(2x-3) = 16x^2 - 56x + 49 = (4x-7)^2 \geq 0.$$

Do đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4x-5-(4x-7)}{4} = \frac{1}{2} \\ t = \frac{4x-5+(4x-7)}{4} = 2x-3 \end{cases}$

• TH1. $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4(x^2 - 2x + 2) = 1 \Leftrightarrow 4(x-1)^2 + 3 = 0$. PT vô nghiệm.

• TH2. $t = 2x-3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 2x-3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x^2 - 2x + 2 = (2x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ 3x^2 - 10x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x=1 \Leftrightarrow x=\frac{7}{3} \end{cases} \text{Đã thỏa mãn (*).}$$

Đ/s: $x = \frac{7}{3}$.

Câu 10: Giải phương trình $2x^2 + 2x - 6 = (3x-1)\sqrt{5x-4}$.

Lời giải

ĐK: $x \geq \frac{4}{5} \quad (*)$. Đặt $\sqrt{5x-4} = t \quad (t \geq 0) \Rightarrow 2x-6 = t^2 - 3x-2$.

Khi đó (1) trở thành $2x^2 + 2x - 3x - 2 = (3x-1)t \Leftrightarrow t^2 - (3x-1)t + 2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (2)$

Coi (2) là PT bậc hai với t là ẩn số và x là tham số ta có

$$\Delta = (3x-1)^2 - 4(2x^2 - 3x - 2) = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 \geq 0.$$

Do đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3x-1-(x+3)}{2} = x-2 \\ t = \frac{3x-1+(x+3)}{2} = 2x+1 \end{cases}$

• TH1. $t = x-2 \Rightarrow \sqrt{5x-4} = x-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 5x-4 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 9x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=1 \Leftrightarrow x=8 \end{cases} \text{Đã thỏa mãn (*).}$$

• TH2. $t = 2x+1 \Rightarrow \sqrt{5x-4} = 2x+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 5x - 4 = (2x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4x^2 - x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} = 0 \end{cases} \quad (\text{Vô nghiệm}).$$

Đ/s: $x = 8$.

www.facebook.com/groups/TaiLieuOnThiDaiHoc01/

ĐẶT 2 ẨN PHỤ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – MẪU 1

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

DẠNG 1. ĐẶT 2 ẨN PHỤ NHÓM NHÂN TỬ CHUNG

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - x - 2} + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{x+8} + 8\sqrt{x+2013} = \sqrt{(x+8)(x+2013)} + 8$.

Câu 3: Giải phương trình $(3+x)\sqrt{2x+\frac{7}{x}} = 2(x^2+5)$.

Câu 4: Giải phương trình $2(2x^2+13)\sqrt{x} = (x+5)\sqrt{4x^2+21}$.

Câu 5: Giải phương trình $x + \sqrt{3x^2 - 2x - 5} + 2\sqrt{3x - 5} = 15$.

Câu 6: Giải phương trình $x + \sqrt{x^3+1} + 2\sqrt{x^2-x+1} = 3$.

Câu 7: Giải phương trình $\frac{x^2-x+7}{2x+5} = \sqrt{\frac{x^2-x+1}{x+1}}$

Câu 8: Giải phương trình $(x^2-3x+4)\sqrt{2x-1} + (x^2-3x)\sqrt{x^2-x+1} = (x-1)(x-2)$.

Câu 9: Giải phương trình $2x-3+(x-1)\sqrt{x-1} = (x-1)\sqrt{2x-3} + \sqrt{2x^2-5x+3}$.

Câu 10: Giải phương trình $x^3 - x^2 + 2x + 4 = (x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - x - 2} + 1 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 2$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - x - 2} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - 1 = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}.$$

Đặt $\sqrt{x-2} = u; \sqrt{x+1} = v$ thu được

$$u-1=uv-v \Leftrightarrow (u-1)(v-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}=1 \\ \sqrt{x+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ x+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=0 \end{cases}$$

Kết luận bài toán có hai nghiệm.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{x+8} + 8\sqrt{x+2013} = \sqrt{(x+8)(x+2013)} + 8$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq -8$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{x+8} - 8 = \sqrt{x+8} \cdot \sqrt{x+2013} - 8\sqrt{x+2013}.$$

Đặt $\sqrt{x+8} = u; \sqrt{x+2013} = v$ thu được

$$u+8=uv-8v \Leftrightarrow (u-8)(v-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+8}-8)(\sqrt{x+2013}-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+8}=8 \\ \sqrt{x+2013}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=56 \\ x=-2012 \end{cases}$$

Kết luận phương trình có hai nghiệm kể trên.

Câu 3: Giải phương trình $(3+x)\sqrt{2x+\frac{7}{x}}=2(x^2+5)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với $(x+3)\sqrt{2x^2+7}=2(x^2+5)\sqrt{x}$.

Đặt $\sqrt{2x^2+7}=u; \sqrt{x}=v$ ($u > 0; v > 0$) ta có $(v^2+3)u=(u^2+3)v \Leftrightarrow (u-v)(uv-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u=v \\ uv=3 \end{cases}$

- Với $u=v \Leftrightarrow 2x^2-x+7=0$ (Vô nghiệm).
- Với $uv=3 \Leftrightarrow 2x^3+7x-9=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2+2x+9)=0 \Leftrightarrow x=1$.

So sánh điều kiện ta thu được nghiệm $S=\{1\}$.

Câu 4: Giải phương trình $2(2x^2+13)\sqrt{x}=(x+5)\sqrt{4x^2+21}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 0$.

Đặt $\sqrt{x}=a; \sqrt{4x^2+21}=b$ ($a \geq 0; b > 0$) thì phương trình đã cho trở thành

$$(b^2+5)a=(a^2+5)b \Leftrightarrow (a-b)(ab-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ ab=5 \end{cases}$$

- Với $a=b \Leftrightarrow 4x^2-x+21=0$ (Vô nghiệm).
- Với $ab=5 \Leftrightarrow x(4x^2+21)=25 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2+4x+25)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Kết hợp điều kiện ta thu được nghiệm $S=\{1\}$.

Câu 5: Giải phương trình $x+\sqrt{3x^2-2x-5}+2\sqrt{3x-5}=15$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{5}{3}$. Đặt $a=\sqrt{x+1}; b=\sqrt{3x-5}$ ($a; b \geq 0$).

Khi đó: $PT \Leftrightarrow x+1+\sqrt{(3x-5)(x+1)}+4\sqrt{3x-5}=16$

$$\Rightarrow a^2+ab+4b-16=0 \Leftrightarrow (a-4)(a+4)+b(a+4)=0 \Leftrightarrow (a+4)(a+b-4)=0.$$

$$\Leftrightarrow a+b-4=0 \text{ (do } a \geq 0)$$

$$\text{Do đó ta có: } \sqrt{x+1}+\sqrt{3x-5}=16 \Leftrightarrow 4x-4+2\sqrt{3x^2-2x-5}=16 \Leftrightarrow \sqrt{3x^2-2x-5}=10-2x.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2-38x+105=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=3 \text{ (tm)}.$$

Vậy $x=3$ là nghiệm duy nhất của PT đã cho.

Câu 6: Giải phương trình $x+\sqrt{x^3+1}+2\sqrt{x^2-x+1}=3$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq -1$. Đặt $\sqrt{x+1}=a; b=\sqrt{x^2-x+1}$ ta có: $a^2+ab+2b=4 \Leftrightarrow (a+2)(a+b-2)=0$

$$\Leftrightarrow a+b=2 \Rightarrow \sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-x+1}=2 \Leftrightarrow x^2+2+2\sqrt{x^3+1}=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^3+1}=2-x^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x^3+1)=4-4x^2+x^4 \Leftrightarrow x^4-4x^3-4x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-4x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của PT là: $x=0; x=2 \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 7: Giải phương trình $\frac{x^2-x+7}{2x+5}=\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x+1}}$

Lời giải:

ĐK: $x > -1$. Đặt $a = \sqrt{x^2 - x + 1}$; $b = \sqrt{x + 1}$ ta có: $PT \Rightarrow \frac{a^2 + 6}{2b^2 + 3} = \frac{a}{b}$

$$\Leftrightarrow b(a^2 + 6) = a(2b^2 + 3) \Leftrightarrow a^2b - 2ab^2 = 3a - 6b \Leftrightarrow (ab - 3)(a - 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 3 \\ a = 2b \end{cases}$$

• Với $ab = 3 \Leftrightarrow x^3 + 1 = 9 \Leftrightarrow x = 2$.

• Với $a = 2b \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 4x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$.

Vậy nghiệm của PT đã cho là: $x = 2$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$.

Câu 8: Giải phương trình $(x^2 - 3x + 4)\sqrt{2x - 1} + (x^2 - 3x)\sqrt{x^2 - x + 1} = (x - 1)(x - 2)$.

Lời giải:

ĐK: $x \geq \frac{1}{2}$. Khi đó ta đặt $a = \sqrt{2x - 1}$; $b = \sqrt{x^2 - x + 1}$ ($a \geq 0$; $b > 0$).

Ta có: $PT \Rightarrow (b^2 - a^2 + 2)a + (b^2 - a^2 - 2)b = b^2 - a^2 \Leftrightarrow (b^2 - a^2)(a + b - 1) + 2(a - b) = 0$

$$\Leftrightarrow (b - a)[(b + a)(a + b - 1) - 2] = 0 \Leftrightarrow (b - a)[(b + a)^2 - (b + a) - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow (b - a)(b + a - 2)(b + a + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 2 \end{cases}$$

Với $a = b$ ta có: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Với $a + b = 2 \Rightarrow \sqrt{2x - 1} + \sqrt{x^2 - x + 1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{2x - 1} - 1 + \sqrt{x^2 - x + 1} - 1 = 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{2(x - 1)}{\sqrt{2x - 1} + 1} + \frac{x(x - 1)}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \left(\frac{2}{\sqrt{2x - 1} + 1} + \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} \right) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tm)}.$$

Vậy PT đã cho có 2 nghiệm $x = 1$; $x = 2$.

Câu 9: Giải phương trình $2x - 3 + (x - 1)\sqrt{x - 1} = (x - 1)\sqrt{2x - 3} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$.

Lời giải

ĐK: $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 2x - 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ (x - 1)(2x - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2} \text{ (*)}. \text{ Đặt } a = \sqrt{x - 1} \geq 0 \text{ và } b = \sqrt{2x - 3} \geq 0.$

Khi đó (1) trở thành $b^2 + a^3 = a^2b + ab \Leftrightarrow a^2(a - b) - b(a - b) = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a^2 - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a^2 = b \end{cases}$

• TH1. $a = b \Rightarrow \sqrt{x - 1} = \sqrt{2x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x - 1 = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \text{ Thỏa mãn (*)}.$

• TH2. $a^2 = b \Rightarrow x - 1 = \sqrt{2x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ (x - 1)^2 = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \text{ Thỏa mãn (*)}.$

Đ/s: $x = 2$.

Câu 10: Giải phương trình $x^3 - x^2 + 2x + 4 = (x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$.

Lời giải

ĐK: $x \in \mathbb{R} (*)$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 2x + 4) = (x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$.

Đặt $a = x+1$ và $b = \sqrt{x^2 - 2x + 2} \geq 0$. Khi đó (1) trở thành $a(b^2 + 2) = (a^2 + 2)b$

$$\Leftrightarrow ab(a-b) - 2(a-b) = 0 \Leftrightarrow (a-b)(ab-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ ab=2 \end{cases}$$

• TH1. $a=b \Rightarrow x+1 = \sqrt{x^2 - 2x + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (x+1)^2 = x^2 - 2x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 4x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$. Thỏa mãn (*).

• TH2. $ab=2 \Rightarrow (x+1)\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 2) = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^4 - x^2 + 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2(x+1)(x-1) + 2(x-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ (x-1)[x^2(x+1) + 2] = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Với $x \geq -1 \Rightarrow x^2(x+1) + 2 > 0$ nên $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$. Thỏa mãn (*).

Đ/s: $x=1$ hoặc $x = \frac{1}{4}$.

GIẢI PHÁP CHO KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2016 TRÊN MOON.VN

CHƯƠNG TRÌNH PRO – S (Dành cho h/s luyện thi từ 8 – 10 điểm)	CHƯƠNG TRÌNH PRO – E (Dành cho h/s luyện thi từ 6 – 8 điểm)
① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B1	① Khóa LUYỆN THI THPTQG 2016 – B1
② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T1	② Khóa LUYỆN ĐỀ THPTQG 2016 – T2
③ Khóa LUYỆN GIẢI BÀI TẬP TOÁN	
Học phí trọn gói: 900.000 VNĐ	Học phí trọn gói: 800.000 VNĐ

ĐẶT 2 ẨN PHỤ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – DẠNG 2

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN

DẠNG 2. ĐẶT 2 ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PT ĐỒNG BẬC – MẪU 1

Câu 1 [ĐVH]: Giải phương trình $x^2 - 4\sqrt{x^3 - x^2 - 4} = 4x - 12$

Câu 2 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $4x^2 + 12x = 9 + 7x\sqrt{4x - 3}$

b) $\frac{2}{x} + 4x + 2 = 5\sqrt{x^2 + x + 1}$

Câu 3 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2x^2 - 4x + 5}{x - 2} = 2\sqrt{x^2 + 1}$

b) $6x^2 - x = 21 + (x - 3)\sqrt{x^2 + x - 6}$

Câu 4 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $5x^2 - 5x\sqrt{x^2 + x + 1} = x + 1$

b) $3x + 5\left(1 + \frac{3}{x}\right) = 8\sqrt{3 + x}$

Câu 5 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $3x + \frac{1}{x} + 2 = 3\sqrt{x^2 + 4x + 2}$

b) $6x^2 - 6x + 5 = 5(x - 1)\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

Câu 6 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $4x^2 + 7x + 1 = 7\sqrt{x^3 - 1}$

b) $5x^2 - 2x + 8 = 8\sqrt{x^3 + 1}$

Câu 7 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $10x^2 - 6x + 5 = 5\sqrt{4x^4 + 1}$

b) $x^2 + x + 21 = 5\sqrt{x^3 + 27}$

Câu 8 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^3 - 64} = 3x^2 + 10x + 56$

b) $\frac{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}{3x^2 - 5x + 3} = \frac{1}{3}$

Câu 9 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $20x^2 - 3x + 5 = 5\sqrt{16x^4 - x^2 + 1}$

b) $\frac{7\sqrt{x^2(x+1)-2}}{5x^2+12x+8} = 1$

Câu 10 [ĐVH]: Giải phương trình $x^2 + 4x + 1 = \sqrt{x^4 + x^2 + 1}$

Câu 11 [ĐVH]: Giải các phương trình sau:

a) $72x^2 - 4x + 9 = 9\sqrt{64x^4 + 1}$

b) $7x^2 - 5x + 7 = 7\sqrt{x^4 + x^2 + 1}$

Câu 12 [ĐVH]: Giải phương trình $4x^2 - 16x + 7 = 4\sqrt{x^4 - 6x^3 + 8x^2 - 7x + 2}$

Câu 13 [ĐVH]: Giải phương trình $5x^2 - x + 5 = 5\sqrt{x^4 + x^2 + 1} \quad (x \in \mathbb{R}).$

Câu 14 [ĐVH]: Giải phương trình $2x^2 - x + 1 = \sqrt{4x^4 + 1} \quad (x \in \mathbb{R}).$

Câu 15 [ĐVH]: Giải phương trình $8x^2 + 20x + 1 = \sqrt{64x^4 + 1}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 16 [ĐVH]: Giải phương trình $3x^2 - 4x + 23 = 3\sqrt{x^4 - 8x + 63}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 17 [ĐVH]: Giải phương trình $3x^2 + x + 12 = \sqrt{x^4 + 7x^2 + 16}$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 18 [ĐVH]: Giải phương trình $2(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1} + (2x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 + x - 1} = 0$

ĐẶT 2 ẨN PHỤ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – PHẦN 3
Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH] – Moon.vn**VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN****DẠNG 2. ĐẶT 2 ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PT ĐỒNG BẬC – MẪU 2****Câu 1:** Giải phương trình $\sqrt{1-x^2} + 1 - 2x = 2\sqrt{14x^2 - 12x + 1}$ **Câu 2:** Giải phương trình $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 1} = 3\sqrt{3x^4 - 2x^2 + 2}$ **Câu 3:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 + x - 6} + \sqrt{x} = \sqrt{3x^2 + 4x - 18}$ **Câu 4:** Giải phương trình $\sqrt{x} + 2\sqrt{x^2 + x - 2} = \sqrt{5x^2 + 9x - 10}$ **Câu 5:** Giải phương trình $\frac{3x^2}{3 + \sqrt{x}} + 6 + 2\sqrt{x} = 5x$ **Câu 6:** Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2 - 4x + 5} = \sqrt{x^2 - x + 2}$.**Câu 7:** Giải phương trình $x + 1 + \sqrt{2x^2 - 2x + 4} = \sqrt{5x^2 + 4x + 7}$.**Câu 8:** Giải phương trình $x + 1 + \sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x + 3} = \sqrt{x^3 + 9x + 6}$.**Câu 9:** Giải phương trình $(x-1)^2 + \sqrt{x^2 - 8x} = \sqrt{x^4 - 4x^3 + 9x^2 - 28x + 1}$.**Câu 10:** Giải phương trình $x^2 - x + \sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 12x - 12}$.**Câu 11:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{4x + 1} = \sqrt{5x^2 + x + 4}$ **Câu 12:** Giải phương trình $6(x+2)^3 = \sqrt{2x^2 - 3x}(x^2 - 7x - 4)$

ĐẶT 2 ẨN PHỤ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – PHẦN 4
Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH] – Moon.vn**VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN****DẠNG 2. ĐẶT 2 ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PT ĐỒNG BẬC – MẪU 3****Câu 1:** Giải phương trình $\sqrt{x^3 + 2x^2 - 9x + 2} = \sqrt{x^3 - 1} + \sqrt{x - 2}$ **Câu 2:** Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 14x - 3 + 9(x+1)\sqrt{8x-4}} = 2x + 2 + 3\sqrt{2x-1}$ **Câu 3:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 4x} + 3\sqrt{x-1} = \sqrt{3x^2 + 15x + 7}$ **Câu 4:** Giải phương trình $\sqrt{x^2 + x - 6} + 3\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x^2 - 2x + 6}$ **Câu 5:** Giải phương trình $\sqrt{5x^2 - 17x + 5} = 2\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x-5}$ **Câu 6:** Giải phương trình $\sqrt{2(10x^2 - 14x + 3)} = 3\sqrt{x(2x-1)} - \sqrt{x-2}$ **Câu 7:** Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 8x - 42} = 2\sqrt{(x-2)(x+3)} + \sqrt{x-3}$ **Câu 8:** Giải phương trình $\sqrt{4x^2 - 12x + 5} = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 3x}$ **Câu 9:** Giải phương trình $\sqrt{9x^2 - 27x + 11} = 2\sqrt{x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ **Câu 10:** Giải phương trình $\sqrt{72x^3 + 24x^2 - 36x + 4} = 3\sqrt{8x^3 - 1} + \sqrt{2x-3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \frac{2}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{4}{\sqrt{4x-7}+3} = x^2 - 2x + \frac{5}{2} \quad (2) \end{cases}$$

Xét PT(2) ta có: $VT(2) = \frac{2}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{4}{\sqrt{4x-7}+3} < \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 \quad \left(\forall x \geq \frac{7}{4} \right)$

$$VT(2) = (x-1)^2 + \frac{3}{2} > \left(\frac{7}{4} - 1 \right)^2 + \frac{3}{2} > 2 \quad \left(\forall x \geq \frac{7}{4} \right)$$

Do vậy PT(2) vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là: $x = 4$.

Câu 3: Giải phương trình $3(x-2) + \sqrt{3x+4} = 3\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-3}$

Lời giải:

ĐK: $x \geq 3$. Khi đó ta có: $PT \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}(\sqrt{2x+1}-3) + (\sqrt{3x+4}-4) + \sqrt{x-3}(\sqrt{x-3}-1) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2x+1}(x-4)}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{3(x-4)}{\sqrt{3x+4}+4} + \frac{\sqrt{x-3}(x-4)}{\sqrt{x-3}+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4) \cdot \left(\frac{2\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} + \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}+1} \right) = 0 \quad (2)$$

Với $x \geq 3$ ta có: $\frac{2\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+3} + \frac{3}{\sqrt{3x+4}+4} + \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}+1} > 0$

Do đó: $(2) \Leftrightarrow x = 4$ là nghiệm duy nhất của PT đã cho.

Câu 4: Giải phương trình $\frac{1}{\sqrt{2x+3}} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} = \frac{x^3-1}{\sqrt{x^2-2x+5}-1} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases} 2x+3 > 0; x+4 > 0 \\ 0 \leq x^2-2x+5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{2x+3}}{\sqrt{(2x+3)(x+4)}} = \frac{x^3-1}{\sqrt{x^2-2x+5}-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-x}{(\sqrt{x+4}+\sqrt{2x+3})\sqrt{(2x+3)(x+4)}} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{\sqrt{x^2-2x+5}-1}$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left[\frac{1}{(\sqrt{x+4}+\sqrt{2x+3})\sqrt{(2x+3)(x+4)}} + \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x^2-2x+5}-1} \right] = 0 \quad (1)$$

Chú ý rằng

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(\sqrt{x+4}+\sqrt{2x+3})\sqrt{(2x+3)(x+4)}} + \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x^2-2x+5}-1} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{x+4}+\sqrt{2x+3})\sqrt{(2x+3)(x+4)}} + \frac{(2x+1)^2+3}{4\left[\sqrt{(x-1)^2+4}-1\right]} > 0, \forall x > -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Do đó (1) có duy nhất nghiệm $x = 1$.

Câu 5: Giải phương trình $2x+14+\sqrt{3x+1}=(x+8)\sqrt{x+3} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải

ĐK: $x \geq -\frac{1}{3}$ (*). Khi đó (1) $\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}-2=(x+8)(\sqrt{x+3}-2)$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1-4}{\sqrt{3x+1}+2}=(x+8) \cdot \frac{x+3-4}{\sqrt{x+3}+2} \Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{3}{2+\sqrt{3x+1}}-\frac{x+8}{2+\sqrt{x+3}}\right)=0 \quad (2)$$

Với $x \geq -\frac{1}{3}$ áp dụng BĐT Côsi ta có

$$2(2+\sqrt{x+3})=4+2\sqrt{x+3} \leq 4+(x+3)+1=x+8 \Rightarrow \frac{x+8}{2+\sqrt{x+3}} > 2.$$

$$\text{Với } x \geq -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}} \leq \frac{3}{2} < 2 \Rightarrow \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}} < \frac{x+8}{2+\sqrt{x+3}} \Rightarrow \frac{3}{2+\sqrt{3x+1}} - \frac{x+8}{2+\sqrt{x+3}} < 0.$$

Do đó (2) $\Leftrightarrow x=1$. Đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x=1$.

Câu 6: Giải phương trình $x^3+5x+(x-2)\sqrt{x+1}=4x^2+4-\sqrt{x+2} \quad (x \in \mathbb{R}).$

Lời giải

ĐK: $x \geq -1$ (*). Khi đó (1) $\Leftrightarrow x-\sqrt{x+2}-(x-2)\sqrt{x+1}=x^3-4x^2+6x-4 \quad (2)$

Ta thấy $x=-1$ không thỏa mãn (2). Ta xét với nên $x > -1 \Rightarrow x+\sqrt{x+2} > -1+\sqrt{-1+2}=0$.

Khi đó (2) $\Leftrightarrow \frac{x^2-x-2}{x+\sqrt{x+2}}-(x-2)\sqrt{x+1}=(x-2)(x^2-2x+2)$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+1)}{x+\sqrt{x+2}}-(x-2)\sqrt{x+1}=(x-2)(x^2-2x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}-\sqrt{x+1}-(x^2-2x+2)\right)=0 \quad (3)$$

Theo trên thì $x+\sqrt{x+2} > 0$ nên với $x > -1 \Rightarrow \sqrt{x+2} > 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}} < \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+\sqrt{x+2}}=1$

Mà $-\sqrt{x+1}-(x^2-2x+2)=-\sqrt{x+1}-(x-1)^2-1 \leq -1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}}-\sqrt{x+1}-(x^2-2x+2) < 1-1=0$.

Do đó (3) $\Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2$. Đã thỏa mãn điều kiện đang xét $x > -1$.

Đ/s: $x=2$.

Câu 7: Giải phương trình $x^3+4x+(x-1)\sqrt{2x+1}=3x^2+\sqrt{x+3} \quad (x \in \mathbb{R}).$

Lời giải

ĐK: $x \geq -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2x-\sqrt{x+3}+(x-1)\sqrt{x+1}+x^3-3x^2+2x=0 \quad (2)$

Với $x \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow 2x+\sqrt{x+3} \geq -1+\sqrt{-\frac{1}{2}+3} > 0$.

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow \frac{4x^2 - x - 3}{2x + \sqrt{x+3}} + (x-1)\sqrt{2x+1} + x(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(4x+3)}{2x + \sqrt{x+3}} + (x-1)\sqrt{2x+1} + x(x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) \left(\frac{4x+3}{2x + \sqrt{x+3}} + \sqrt{2x+1} + x^2 - 2x \right) = 0 \quad (3)$$

Với $x \geq -\frac{1}{2}$ áp dụng BĐT Côsi ta có

$$2x + \sqrt{x+3} \leq 2x + \frac{(x+3)+1}{2} = \frac{5x}{2} + 2 = 4x + 2 - \frac{3x}{2} \leq 4x + 2 + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} < 4x + 3.$$

$$\text{Mà theo trên thì } 2x + \sqrt{x+3} > 0 \Rightarrow \frac{4x+3}{2x + \sqrt{x+3}} > 1.$$

$$\text{Mặt khác } \sqrt{2x+1} + x^2 - 2x = \sqrt{2x+1} + (x-1)^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow \frac{4x+3}{2x + \sqrt{x+3}} + \sqrt{2x+1} + x^2 - 2x > 1 - 1 = 0.$$

Do đó (3) $\Leftrightarrow x = 1$. Đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x = 1$.

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} + \sqrt{x^3 + x^2 - 2} = 2x \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3x+1 \geq 0 \\ x^3 + x^2 - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ (x-1)(x^2 + 2x + 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1 \quad (*).$$

$$\text{Khi đó (1)} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{x^3 + x^2 - 2} = 2x - \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} = \frac{4x^2 - 3x - 1}{2x + \sqrt{3x+1}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} = \frac{(x-1)(4x+1)}{2x + \sqrt{3x+1}} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} \left(1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - \frac{(4x+1)\sqrt{x-1}}{2x + \sqrt{3x+1}} \right) = 0 \quad (2)$$

Với $x \geq 1$ áp dụng BĐT Côsi ta có

$$\begin{aligned} \frac{(4x+1)\sqrt{x-1}}{2x + \sqrt{3x+1}} &\leq \frac{(4x+1) \cdot \frac{(x-1)+1}{2}}{2x + \sqrt{3x+1}} \leq \frac{(4x+1) \cdot \frac{x}{2}}{2x} = \frac{4x+1}{4} < x+1 = \sqrt{(x+1)^2} \\ \Rightarrow \frac{(4x+1)\sqrt{x-1}}{2x + \sqrt{3x+1}} &< \sqrt{(x+1)^2} + 1 < 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2} \Rightarrow 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - \frac{(4x+1)\sqrt{x-1}}{2x + \sqrt{3x+1}} > 0. \end{aligned}$$

Do đó (2) $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Đã thỏa mãn (*).

Đ/s: $x = 1$.